

# Lösungen des Monats - März 2024

## Kategorie: Minimathik 7./8. Schulstufe

### Aufgabe 1: Silberne Goldmünzen (AdM 2024/03)

In der Schatzkammer des Schlosses Rechendorf gibt es 3 Schatztruhen. In jeder dieser Truhen befinden sich 2 Säcke voller wertvoller Münzen. In insgesamt 3 dieser Säcke befinden sich nur Goldmünzen G in den anderen 3 nur Silbermünzen S. Die Schatztruhen sind mit den Etiketten GG, SS und GS beschriftet. Jedoch sind alle Beschriftungen falsch. Wie viele Münzsäcke muss man öffnen, um sicher bestimmen zu können, welche Münzen in welcher Schatztruhe sind?

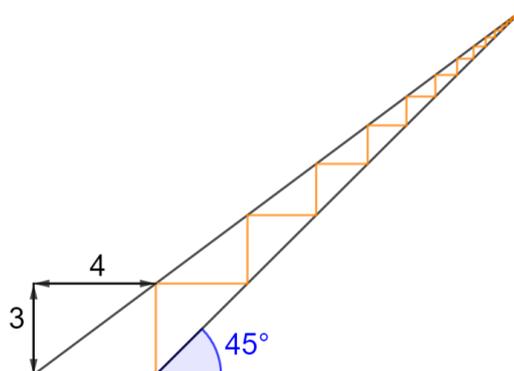


*Ergebnis:* 1

*Lösung:* Man nimmt eine Münze aus der Schatztruhe GS. Angenommen, diese ist aus Gold, dann müssen sich im zweiten Sack auch Goldmünzen befinden, damit das Etikett nicht stimmt. Dadurch weiß man, dass die Schatztruhe SS einen Sack mit Goldmünzen und einen Sack mit Silbermünzen enthält, da wir die Schatztruhe mit den beiden Goldsäcken schon gefunden haben und auch dieses Etikett falsch sein muss. Schließlich bleiben für die Schatztruhe GG nur noch die beiden Säcke mit den Silbermünzen. Analoge Überlegungen gelten, falls die erste Münze aus Silber ist.

### Aufgabe 2: Unendliche Treppe (AdM 2024/03)

Für seinen neuen Turm möchte Magier Balduin eine Treppe mit unendlich vielen Stufen bauen. Im Bauplan hat er die Stufen orange eingezeichnet. Hilf ihm, indem du die Länge der orangen Zickzacklinie berechnest.

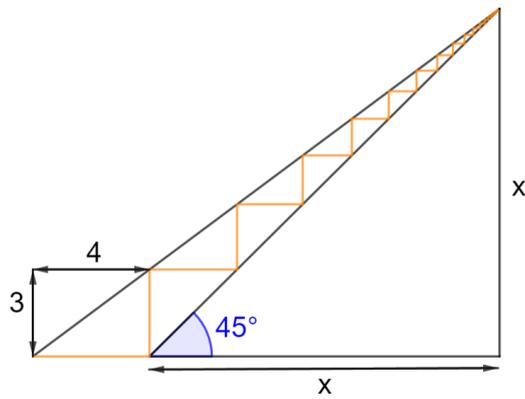


*Ergebnis:* 28

*Lösung:* Die Länge der Stufen ist gleich die Summe der Längen der Katheten des großen Dreiecks. Das kleinere Dreieck hat einen Winkel mit  $45^\circ$ , daher sind die Seitenlängen gleich und werden mit  $x$  bezeichnet.

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst*





Die Seiten des größeren Dreiecks sind im Verhältnis 3 : 4. Somit gilt laut Strahlensatz:

$$3 : 4 = x : (4 + x)$$

und man erhält:

$$x = 12$$

Die Summe der Längen der Katheten ist daher  $(4 + 12) + 12 = 28$ .

### Aufgabe 3: Turmrechnen mit Rapunzel (AdM 2024/03)

Rapunzel nützt die Zeit, während sie auf ihren Prinzen wartet, um für das nächste Kopfrechenturnier zu trainieren. Wie lautet die Einerziffer folgender Zahl?

$$n = 2^{2024} + 3^{2024} + 5^{2024}$$

*Ergebnis:* 2

*Lösung:* Betrachten wir die 2er Potenzen

$$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64, 2^7 = 128, 2^8 = 256, \dots$$

so enden diese immer auf 2, 4, 8, 6 und danach wiederholen sich diese 4 Ziffern immer wieder. Um herauszufinden welcher Kandidat der richtige ist, teilen wir 2024 durch 4. 2024 lässt sich genau durch 4 teilen. Also ist 2024 eine „vierte“ Zahl, daher muss die Einerziffer von  $2^{2024}$  gleich 6 sein.

Bei den 3er Potenzen

$$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, \dots$$

wiederholen sich die 4 Ziffern 3, 9, 7 und 1. Da 2024 durch 4 teilbar ist muss die Einerziffer von  $3^{2024}$  analog zu oben gleich 1 sein.

Die 5er Potenzen

$$5^1 = 5, 5^2 = 25, 5^3 = 125, 5^4 = 625, \dots$$

hingegen enden immer auf 5.

Nun können wir die Einerziffern der Summanden addieren und erhalten

$$6 + 1 + 5 = 12$$

Dessen Einerziffer wiederum ist 2.

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst*

